

Олимпиада по математике ХФМЛ №27, 2014 г., 9 класс

1. В седьмом часу вечера Алеша взглянул на часы и заметил, что минутная стрелка ровно на три минутных деления впереди часовой стрелки. Какое время показывали часы?
2. Решите уравнение $|x| + \{x\} = 3$, где $\{x\}$ – дробная часть числа x .
3. В остроугольном треугольнике ABC проведена высота BD . Из вершин A и C восстановлены перпендикуляры AN и CM к сторонам AB и BC соответственно. Известно, что $AN = CD$ и $CM = AD$. Докажите, что $BN = BM$.
4. Найдите все такие пары простых чисел p и q , что $p^2 + pq + q^2$ – точный квадрат.
5. Олег и Дима по очереди красят клетки квадрата 101×101 . Олег своим ходом может покрасить еще не покрашенную клетку в желтый цвет, а Дима – в синий. Олег стремится к тому, чтобы в каком-нибудь квадрате 10×10 оказалось не менее 56 желтых клеток. Сможет ли Дима ему помешать, если Олег ходит первым?