

Олимпиада по математике ХФМЛ №27, 2016 г., 8 класс

1. Красная Шапочка должна была отнести бабушке пирожки. Не дождавшись внучки, Бабушка решила выйти ей навстречу. Красная шапочка идет в два раза быстрее бабушки и расстояние до ее дома проходит за полчаса. На сколько минут Красная Шапочка вышла раньше бабушки, если бабушка успела пройти только $\frac{1}{6}$ всего пути?

2. Решите уравнение: $x^2 - \frac{2x}{1+x^2y^2} + 1 = 0$.

3. В четырехугольнике $ABCD$ стороны AD и BC параллельны. Точка M – середина стороны AD . На стороне BC нашлась такая точка N , что NA – биссектриса угла BNM . Докажите, что тогда ND – биссектриса угла CNM .

4. Найдите все натуральные числа a и b , для которых выполнено равенство

$$a^3 + b^3 = 27ab.$$

5. Старуха Шапокляк намазала клеем 47 клеток шахматной доски. Докажите, что Крокодил Гена сможет поставить на чистые клетки три ладьи, которые не бьют друг друга.