

Отбор на Всеукраинскую олимпиаду по математике. 2018 год. 9 класс. 1 тур

1. Решите уравнение:

$$8\sqrt{xy} = (\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{y} + 1).$$

2. Комические куплеты собралось послушать 2018 человек, некоторые из которых изначально дружат между собой (во время прослушивания новых друзей не заводят и не ссорятся). Раз в минуту исполнитель куплетов мистер Харрис отправляет из зала в сад либо всех тех, у кого в зале осталось четное число друзей, либо всех тех, у кого в зале осталось нечетное число друзей. Правда ли, что мистер Харрис наверняка сможет отправить всех в сад не более чем за 10 минут?

3. В выпуклом четырехугольнике $ABCD$ с прямыми углами при вершинах B и D на продолжении стороны AB за точку A выбрана такая точка P , что $\angle BCP = \angle BAD$. Точка Q симметрична точке D относительно точки B . Докажите, что $\angle BAC = \angle BQP$.

4. Найдите все такие натуральные числа n , для которых $2^n + n^2 + 25$ – куб простого числа.