

Весенняя олимпиада, 14.04.2019, 7 класс

1. Винни-Пух, Иа-Иа, Сова и Пятачок пришли в гости к Кролику. Кролик угощает всех тортом. Винни-Пух сразу отрезал себе кусок, который составил 40% торта. Иа-Иа взял половину того, что осталось. Сова и Кролик положили себе куски по 100 г каждый. Пятачку же достался оставшийся кусочек в 55 г. Какой была масса всего торта?
2. Найдите наибольшее натуральное число n , при котором можно выбрать простые числа (не обязательно различные) p_1, p_2, \dots, p_n так, что числа $p_1, p_1 + p_2, \dots, p_1 + p_2 + \dots + p_n$ также окажутся простыми.
3. Можно ли в квадрате 20×20 отметить несколько клеток так, чтобы в любом горизонтальном прямоугольнике 3×19 оказалось хотя бы 6 отмеченных, а в любом вертикальном прямоугольнике 19×3 – не более 5 отмеченных клеток?
4. Найдите все пары простых чисел (p, q) такие, что число $p^{q-1} + q^{p-1}$ является квадратом натурального числа.
5. Дан пятиугольник $ABCDE$, в котором $BC = CD$ и $\angle B = \angle D$. Докажите, что биссектрисы углов A, C, E пятиугольника пересекаются в одной точке.