

Второй (городской в г. Харькове) этап Всеукраинской олимпиады школьников по математике, 2012

7 класс

1. Баба Яга и Дед Мороз затеяли спор. Баба Яга утверждает, что не существует двух трехзначных чисел A и B , таких что все цифры A различны и четны, все цифры B различны и нечетны, и A делится на B , а Дед Мороз говорит, что такие два числа могут быть найдены. Если права окажется Баба Яга, то 21 декабря наступит Конец Света, а если Дед Мороз, то 31 декабря придет Новый Год. Докажите, что мы можем смело ожидать Нового Года и не бояться Конца Света.
2. В 12.00 из пункта A в пункт B вышел Петя, а из пункта B ему на встречу вышел Коля. Одновременно с Петей навстречу Коле из пункта A выбежала собака и, встретившись с Колей в 17.00, развернулась и побежала к Пете. Собака встретила с Петей в 18.00. Во сколько раз скорость собаки больше скорости Пети? (Мальчики и собака движутся с постоянными скоростями.)
3. Расставьте в квадрате 4×4 короля, двух ладей и двух слонов так, чтобы ни одна из этих фигур не била никакую другую (все фигуры бьют по шахматным правилам).
4. Шесть теннисистов провели турнир, сыграв по одному разу каждый с каждым. В итоге оказалось, что теннисисты, разделившие первое и второе места, набрали поровну очков; теннисисты, разделившие два последних места, также набрали поровну очков, а теннисисты, занявшие третье и четвертое места, набрали разное число очков, причем отстали от лидеров, но обогнали аутсайдеров. Сколько очков набрал теннисист, занявший третье место? В теннисе за победу дают 1 очко, за поражение – 0 очков, а ничьих не бывает.
5. У Алеши есть 1006 двусторонних карточек. На каждой стороне каждой карточки он записал число от 1 до 2012 (все числа встречаются по одному разу). Далее для каждой карточки Алеша посчитал разность чисел, записанных на ее сторонах (из большего вычел меньшее). Оказалось, что каждое из 1006 полученных чисел оканчивается либо цифрой 1, либо цифрой 6. Докажите, что сумма полученных разностей оканчивается цифрой 6.