

**9 класс**

1. В супермаркете продаются фруктовые наборы двух видов. Набор первого вида состоит из 3 яблок и 15 апельсинов и стоит 36 гривен. Набор второго вида состоит из 20 яблок и 5 апельсинов и стоит 50 гривен. Олег пришел в супермаркет и хочет купить одинаковое количество яблок и апельсинов. Какую наименьшую сумму ему придется потратить, если уйти, ничего не купив, Олег не может? Фрукты продаются только в наборах, делить наборы на части нельзя. Ответ обоснуйте.

2. Оля пригласила Антона в гости, сообщив, что живёт в 10-м подъезде, в квартире №333, а этаж сказать забыла. Подходя к дому Оли, Антон увидел, что дом девятиэтажный. На какой этаж ему нужно будет подняться? В этом доме на всех этажах во всех подъездах одинаковое количество квартир, номера квартир начинаются с №1. Ответ обоснуйте.

3. Найдите все натуральные числа  $a, b, c$  такие, что каждое из уравнений  $x^2 - 2ax + b = 0$ ,  $x^2 - 2bx + c = 0$ ,  $x^2 - 2cx + a = 0$  имеет хотя бы один корень, причём все их корни – натуральные числа.

4. В парке растёт 10000 деревьев, расположенных в узлах квадратной решётки  $99 \times 99$ . Городской совет хочет вынести постановление о вырубке части деревьев. При этом комитет по защите зелёных насаждений разрешит только такую вырубку деревьев, при которой, стоя на одном пне, нельзя увидеть другие. Найдите наибольшее число деревьев, которые удастся вырубить в этом парке. Считается, что диаметр пней мал по сравнению с расстоянием между деревьями. Стоя на одном пне, не видно другой, если на отрезке между пнями есть дерево. Ответ обоснуйте.

5. В треугольнике  $ABC$  выполнено соотношение  $AB < AC$ , а точка  $I$  – центр вписанной окружности этого треугольника. Точка  $E$  выбрана на стороне  $AC$  так, что  $AE = AB$ . Точка  $G$  лежит на прямой  $EI$  и удовлетворяет условию  $\angle IBG = \angle CBA$ , причём точки  $E$  и  $G$  лежат по разные стороны от  $I$ . Докажите, что прямая  $AI$ , перпендикуляр к  $AE$ , восстановленный в точке  $E$ , и биссектриса угла  $\angle BGI$  пересекаются в одной точке.

*Каждая задача оценивается в 7 баллов.*

*На выполнение заданий отводится 3,5 часа.*

*Пользоваться калькуляторами, мобильными телефонами и другими электронными устройствами запрещается.*

**9 клас**

1. У супермаркеті продаються фруктові набори двох видів. Набір першого виду складається з 3 яблук і 15 апельсинів і коштує 36 гривень. Набір другого виду складається з 20 яблук і 5 апельсинів і коштує 50 гривень. Олег прийшов до супермаркету і хоче купити однакову кількість яблук і апельсинів. Яку найменшу суму йому доведеться витратити, якщо піти, нічого не придбавши, Олег не може? Фрукти продаються лише в наборах, ділити набори на частини не можна. Відповідь обґрунтуйте.

2. Оля запросила Антона в гості, повідомивши, що живе в 10-му під'їзді, в квартирі №333, а поверх сказати забула. Підходячи до будинку Олі, Антон побачив, що будинок дев'ятиповерховий. На який поверх йому потрібно буде піднятися? У цьому будинку на всіх поверхах у всіх під'їздах однакова кількість квартир, номери квартир починаються з №1. Відповідь обґрунтуйте.

3. Знайдіть усі натуральні числа  $a, b, c$  такі, що кожне з рівнянь  $x^2 - 2ax + b = 0$ ,  $x^2 - 2bx + c = 0$ ,  $x^2 - 2cx + a = 0$  має хоча б один корінь, причому всі їх корені – натуральні числа.

4. У парку росте 10000 дерев, розташованих у вузлах квадратної решітки  $99 \times 99$ . Міська рада хоче винести постанову про вирубку частини дерев. При цьому комітет із захисту зелених насаджень дозволить лише таку вирубку дерев, за якої, стоячи на одному пні, не можна побачити інші. Знайдіть найбільше число дерев, що вдасться вирубати в цьому парку. Вважається, що діаметр пнів малий у порівнянні з відстанню між деревами. Стоячи на одному пні, не видно інший, якщо на відрізок між пнями є дерево. Відповідь обґрунтуйте.

5. У трикутнику  $ABC$  виконано співвідношення  $AB < AC$ , а точка  $I$  – центр вписаного кола цього трикутника. Точку  $E$  обрано на стороні  $AC$  таким чином, що  $AE = AB$ . Точка  $G$  належить прямій  $EI$  та задовольняє умову  $\angle IBG = \angle CBA$ , причому точки  $E$  і  $G$  лежать по різні боки від  $I$ . Доведіть, що пряма  $AI$ , перпендикуляр до  $AE$ , відтворений у точці  $E$ , та бісектриса кута  $\angle BGI$  перетинаються в одній точці.

*Кожна задача оцінюється у 7 балів.*

*На виконання завдань відводиться 3,5 години.*

*Користуватися калькуляторами, мобільними телефонами та іншими електронними пристроями забороняється.*

---

Результаты можно узнать по тел. 707-52-70 (начиная со 2 декабря).

Апелляция состоится 3 декабря с 15<sup>00</sup> до 17<sup>00</sup> в ауд. 6-52.

Условия и решения задач олимпиады можно будет найти в интернете по адресу [sites.google.com/site/kharkivolimp/](https://sites.google.com/site/kharkivolimp/)

---

Результати можна дізнатися за тел. 707-52-70 (починаючи з 2 грудня).

Апеляція відбудеться 3 грудня з 15<sup>00</sup> до 17<sup>00</sup> в ауд. 6-52.

Умови та розв'язки задач олімпіади можна буде знайти в інтернеті за адресою [sites.google.com/site/kharkivolimp/](https://sites.google.com/site/kharkivolimp/)