

**8 класс**

1. Ежи перевозил воду, а Петруччо – воздух. Они арендовали один и тот же поезд на три рейса. В каждом рейсе все вагоны поезда были заполнены – в каждом была вода или воздух. В первом рейсе вагонов с водой было вдвое больше, чем вагонов с воздухом, а во втором рейсе – вчетверо меньше. В третьем рейсе вагонов с воздухом было вдвое больше, чем в первом рейсе. Чего перевезено больше – воды или воздуха, и во сколько раз? Ответ обоснуйте.

2. Произведение трёх натуральных чисел в 6 раз больше их суммы, а одно из этих чисел равно сумме двух других. Найдите все такие тройки чисел.

3. Целые числа  $x, y, z$  удовлетворяют условию  $xy + yz + zx = 1$ . Докажите, что число  $(1 + x^2)(1 + y^2)(1 + z^2)$  является полным квадратом.

4. В однокруговом волейбольном турнире приняли участие 14 команд (каждая команда сыграла с каждой ровно один раз). *Интересной* назовём команду, выигравшую нечётное число матчей, а *особенной* – команду, выигравшую нечётное число матчей у интересных. Докажите, что число особенных команд чётно. Ничьих в волейболе не бывает.

5. В прямоугольном треугольнике  $ABC$  на катете  $AC$  выбраны точки  $D$  и  $E$ , а на катете  $BC$  – точки  $F$  и  $G$  так, что  $\angle ABD = \angle DBE = \angle EBC$  и  $\angle BAF = \angle FAG = \angle GAC$ . Отрезки  $AF$  и  $BD$  пересекаются в точке  $K$ . Докажите, что треугольник  $EGK$  – равносторонний.

*Каждая задача оценивается в 7 баллов.*

*На выполнение заданий отводится 3,5 часа.*

*Пользоваться калькуляторами, мобильными телефонами и другими электронными устройствами запрещается.*

Результаты можно узнать по тел. 707-52-70 (начиная со 2 декабря).

Апелляция состоится 3 декабря с 15<sup>00</sup> до 17<sup>00</sup> в ауд. 6-52.

Условия и решения задач олимпиады можно будет найти в интернете по адресу [sites.google.com/site/kharkivolimp/](http://sites.google.com/site/kharkivolimp/)

**8 клас**

1. Єжи перевозив воду, а Петруччо – повітря. Вони орендували один і той же потяг на три рейси. У кожному рейсі всі вагони потягу були заповнені – у кожному була вода або повітря. У першому рейсі вагонів з водою було вдвічі більше, ніж вагонів з повітрям, а у другому рейсі – вчетверо менше. У третьому рейсі вагонів з повітрям було вдвічі більше, ніж у першому рейсі. Чого перевезено більше – води чи повітря, й у скільки разів? Відповідь обґрунтуйте.

2. Добуток трьох натуральних чисел у 6 разів більший за їх суму, а одне з цих чисел дорівнює сумі двох інших. Знайдіть усі такі трійки чисел.

3. Цілі числа  $x, y, z$  задовольняють умову  $xy + yz + zx = 1$ . Доведіть, що число  $(1 + x^2)(1 + y^2)(1 + z^2)$  є повним квадратом.

4. У волейбольному турнірі в одне коло взяли участь 14 команд (кожна команда зіграла з кожною рівно один раз). *Цікавою* назовемо команду, яка виграла непарну кількість матчів, а *особливою* – команду, яка виграла непарну кількість матчів у цікавих. Доведіть, що кількість особливих команд парна. Нічиїх у волейболі не буває.

5. У прямокутному трикутнику  $ABC$  на катеті  $AC$  обрано точки  $D$  та  $E$ , а на катеті  $BC$  – точки  $F$  та  $G$  так, що  $\angle ABD = \angle DBE = \angle EBC$  і  $\angle BAF = \angle FAG = \angle GAC$ . Відрізки  $AF$  і  $BD$  перетинаються в точці  $K$ . Доведіть, що трикутник  $EGK$  – рівносторонній.

*Кожна задача оцінюється у 7 балів.*

*На виконання завдань відводиться 3,5 години.*

*Користуватися калькуляторами, мобільними телефонами та іншими електронними пристроями забороняється.*

Результати можна дізнатися за тел. 707-52-70 (починаючи з 2 грудня).

Апелляція відбудеться 3 грудня з 15<sup>00</sup> до 17<sup>00</sup> в ауд. 6-52.

Умови та розв'язки задач олімпіади можна буде знайти в інтернеті за адресою [sites.google.com/site/kharkivolimp/](http://sites.google.com/site/kharkivolimp/)