

**Відбір команди України на 56-ту міжнародну математичну олімпіаду,  
2015**

**III тур**

7. Нехай  $A$  і  $B$  — дві множини, що складають з дійсних чисел. Припустимо, що елементи множини  $AB = \{ab : a \in A, b \in B\}$  утворюють скінчену арифметичну прогресію. Доведіть, що одна з цих множин містить не більше трьох елементів.

8. Знайдіть всі функції  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  такі, що для довільних дійсних  $x$  і  $y$  виконується рівність:

$$f(x)f(yf(x)-1) = x^2f(y) - f(x).$$

9. Множина  $M$  складається з  $n$  точок на площині і задовольняє умови:

- у множині  $M$  існують 7 точок, що є вершинами опуклого семикутника;
- для довільних п'яти точок з  $M$ , що є вершинами випуклого п'ятикутника, існує точка, яка також належить  $M$  і лежить всередині цього п'ятикутника.

Знайдіть найменше можливе значення, яке може приймати  $n$ .