

Отбор на Всеукраинскую олимпиаду по математике. 2017 год. 8 класс. 1 тур

1. За круглым столом сидят 2017 пиратов. У каждого из них в руке кружка с ромом. Один раз в минуту они чокаются кружками, придерживаясь таких важных правил:

1) они не чокаются крест-накрест;

2) за одну минуту можно чокнуться не более чем с одним человеком.

Какое наименьшее время должно пройти, прежде чем все друг с другом чокнутся?

2. Найдите все натуральные числа a и b , для которых $(a + b)(b + 1) - 1$ делится на $a(a + b) + 1$.

3. Для каждого натурального m обозначим $A(m) = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{m}$. Даны натуральные числа n и k . Какое из чисел больше: $A(nk)$ или $A(n) + A(k)$?

4. В треугольнике ABC выполнено неравенство $CB > CA$. Точка T выбрана на луче CA так, что $CT = CB$. Точки P и Q — середины отрезков AT и BC соответственно. Докажите, что $\angle BAC = 2\angle CPQ$ тогда и только тогда, когда $AB = BC$.