

Отбор на Всеукраинскую олимпиаду по математике. 2016 год. 8 класс. 1 тур

1. У бизнесмена Васи есть бассейн, который наполняется из двух труб: одна с пресной водой, другая – с морской. Если открыть кран с пресной водой, то бассейн наполнится за 7 часов. Если открыть оба крана – за 4 часа 40 минут. Вася решил наполнить пустой бассейн. Сначала был открыт только кран с морской водой, а потом – оба крана. Когда бассейн наполнился, содержание соли в воде стало 1,7%. Какое время был открыт только кран с морской водой, если содержание соли в морской воде 3,5%, а в пресной воде соль не содержится?

2. В треугольнике ABC , где $\angle B = 2\angle C$, проведена биссектриса AD . Оказалось, что $CD = AB$. Найдите угол A .

3. Юра написал на доске несколько чисел. Первым шагом он увеличил все числа на 1. Вторым шагом он увеличил на 1 все числа на доске, которые в этот момент были четны. Третьим шагом Юра увеличил на один все числа, которые делились на 3 и т. д. Докажите, что в какой-то момент все числа на доске станут равными.

4. Последовательность n_1, n_2, n_3, \dots задана условием $n_k = k(k + 1) + 11$. Найдите все k , для которых число n_k составное, но взаимно просто с n_i при всех $0 < i < k$.