

## Олимпиада по математике ХФМЛ №27, 2015 г., 9 класс

1. Изобразите на координатной плоскости множество точек, координаты которых удовлетворяют уравнению  $(1 - |x|)y = x^3 - x$ .
2. Корни уравнения  $x^2 + px + q = 0$  – натуральные числа, причем  $p + q = 100$ . Найдите корни уравнения.
3. В треугольнике  $ABC$  биссектриса  $BK$  равна стороне  $AB$ . На отрезке  $BK$  выбрана точка  $T$  так, что  $\angle ATK = \angle BCA$ . Докажите, что  $AT = CK$ .
4. Ненулевые числа  $p, q, r$  таковы, что

$$\begin{cases} (p + q)(q + r)(r + p) = 24pqr, \\ (p - 2q)(q - 2r)(r - 2p) = 10pqr. \end{cases}$$

Найдите  $\frac{p}{q} + \frac{q}{r} + \frac{r}{p}$ .

5. 25 волейбольных команд провели турнир в один круг. Оказалось, что среди любых пяти из них есть команда, выигравшая у остальных четырех, и команда, проигравшая остальным четырем. Докажите, что найдется команда, которая выиграла у всех остальных. *Ничьих в волейболе не бывает.*