

Областная олимпиада юных математиков, 7 класс, 2016 г.

I тур

1. Дедушка, папа и внук пробежали дистанцию от дома до ларька и назад. При этом внук бежал с одинаковой скоростью в оба конца. Дедушка туда бежал вдвое быстрее внука, а назад в 3 раза медленнее. Папа бежал туда вдвое медленнее внука, а назад в 3 раза быстрее. В каком порядке они вернутся домой?
2. Из 22-х карточек, на которых записаны числа $1, 2, \dots, 22$, составили 11 дробей (переворачивать карточки нельзя). Какое наибольшее число среди полученных дробей может быть целых чисел?
3. По кругу выстроились 30 детей – мальчиков и девочек. При этом оказалось, что нет ни одного ребенка, у которого оба соседа – мальчики. Какое наименьшее число среди детей может быть девочек?
4. На бумаге в клеточку нарисован квадрат, стороны которого идут по линиям клеток. В квадрате провели одну из диагоналей и все клетки, через центры которых проходит проведенная диагональ, окрашены в черный цвет. После этого клетки квадрату, расположенные над черными поделили на две фигуры, а клетки, расположенные под черными – на 3 фигуры. Площади (количество клеток) четырех из пяти фигур оказались такими – 70, 80, 90 и 100. Какой может быть площадь пятой фигуры?

II тур

1. Маша купила в супермаркете пакет сухофруктов, весом 1 кг, который состоял из равного по весу количества изюма, кураги и чернослива. За покупку она заплатила 200 грн. Через неделю она снова купила 1 кг сухофруктов, но теперь в пакете было поровну изюма и кураги, а чернослива не было. В этот раз стоимость покупки составила 180 грн. Какова стоимость килограмма чернослива?
2. Незнайка похвастался, что смог составить четыре натуральных числа, первое из которых делится на 36, второе – на 37, третье – на 38, а четвертое – на 39. При этом цифра 0 в записи чисел не содержится, а цифры $1, 2, \dots, 9$ использованы ровно по одному разу. Не ошибся ли он?
3. Художник Тюбик хочет отметить на плоскости несколько точек так, чтобы выполнялось условие: если стереть одну из отмеченных точек, то среди оставшихся всегда можно выбрать четыре, являющиеся вершинами квадрата. Какое наименьшее число точек будет вынужден отметить Тюбик?
4. Петя собрал на пляже некоторое количество камешков и разложил их в 100 кучек по кругу. Теперь, если в некоторой кучке находится больше камней, чем в каждой из соседних с ней, то Петя выкидывает из этой кучки один камешек и добавляет по одному камешку в обе соседние (на пляже есть ещё неограниченный запас камешков). Докажите, что Петя в какой-то момент не сможет сделать больше ни одной такой операции.