

Олимпиада “Научные Старты”, 2016 г., 8 класс

1. Учеников в классе вдвое больше, чем парт. Если всех девочек посадить с мальчиками, то не менее чем за половиной парт окажутся мальчик с девочкой. Чтобы хватило мест за партами одним только девочкам, достаточно использовать не более четверти всех парт. Во сколько раз мальчиков в классе больше, чем девочек?
2. Леша задумал стозначное число. Юра заметил, что оно делится на сумму своих цифр, а также на произведение своих цифр. Может ли в числе, задуманном Лешей, присутствовать цифра 5?
3. В равнобедренном треугольнике ABC угол A – тупой. Точка M выбрана на продолжении стороны AC за точку C так, что $AC = CM$. Серединный перпендикуляр к отрезку AM пересекает прямую AB в точке P . Оказалось, что прямые PM и BC перпендикулярны. Найдите углы треугольника ABC .
4. В парламенте несколько комитетов, причем в каждом комитете состоит как минимум два депутата. Любые два комитета имеют хотя бы одного общего депутата. Докажите, что можно распределить всех депутатов по трем партиям так, чтобы в каждом комитете были депутаты хотя бы из двух разных партий. (Каждый депутат может состоять только в одной партии.)
5. Найдите все натуральные числа, которые ровно в 2 раза больше среднего арифметического всех своих делителей.