

Отбор на Всеукраинскую олимпиаду по математике. 2018 год. 9 класс. 2 тур

1. Найдите наименьшее значение, которое может принимать выражение $\frac{1}{p(p+1)} + \frac{1}{q(q+1)}$, где p и q – положительные числа, удовлетворяющие равенству $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$.
2. Найдите все такие натуральные n , что наименьшее общее кратное чисел $1, 2, 3, \dots, n$ не кратно ни одному из чисел $n+1, n+2, n+3$.
3. Какое наибольшее количество ферзей можно поставить на доску 6×6 так, чтобы каждый из них бил не более одного из оставшихся?
4. Остроугольный треугольник ABC , в котором $AB \neq AC$, вписан в окружность Γ с центром в точке O . Пусть M – середина стороны BC и D – точка на окружности Γ такая, что $AD \perp BC$. Точка T выбрана таким образом, что $BDCT$ является параллелограммом. Точка Q лежит в той же полуплоскости относительно прямой BC , что и A , причем $\angle BQM = \angle BCA$ и $\angle CQM = \angle CBA$. Прямая AO второй раз пересекает Γ в точке E , а описанная окружность треугольника ETQ второй раз пересекает Γ в точке X . Докажите, что точки A, M и X лежат на одной прямой.