

Отбор на Всеукраинскую олимпиаду по математике. 2018 год. 8 класс. 2 тур

1. Илья выписал три трехзначных числа. Клим заметил, что для их записи были использованы 9 разных цифр. На какое наибольшее количество нулей может оканчиваться произведение чисел, выписанных Ильей?
2. *Хромой ладьей* называется фигура, которая ходит только на соседнюю по вертикали или горизонтали клетку. Хромая ладья стоит в левом нижнем углу доски 3×100 . Сколькими способами она может обойти все клетки этой доски ровно по одному разу и вернуться на исходную клетку?
3. В остроугольном треугольнике ABC , в котором $AB > AC$, проведена высота AH . Прямая l содержит среднюю линию треугольника ABC , параллельную AC . Точки H и K симметричны относительно прямой l . Докажите, что $\angle KAB = \angle HAC$.
4. Докажите, что для любых неотрицательных x, y, z , не превосходящих 1, выполнено неравенство:

$$x + y + z + 2(xy + yz + xz) + 3(1 - x)(1 - y)(1 - z) \leq 9.$$