

Отбор на Всеукраинскую олимпиаду по математике. 2018 год. 8 класс. 1 тур

1. В таблице 1009×1009 отмечено 2018 клеток. Докажите, что какая-то из отмеченных клеток расположена ниже и левее другой отмеченной клетки.
2. В равнобедренном треугольнике ABC на основании AC отмечена точка P , а на стороне BC – точка Q так, что $AB = CP$ и $AP = BP = PQ$. Докажите, что AQ – биссектриса угла BAC .
3. Во дворе Машиного дома есть карусель. Она каждый день катается на ней, но каждый вечер оставляет ее в одном и том же положении. Каждую ночь к Маше во двор приходят три медведя и крутят карусель. Папа-медведь за один раз поворачивает карусель на $\frac{1}{7}$ от полного оборота, мама-медведица – на $\frac{1}{9}$, а сын-медвежонок – на $\frac{1}{32}$. Каждый из медведей может повернуть карусель столько раз, сколько хочет. В каком количестве различных положений может обнаружить Маша карусель поутру?
4. Натуральные числа n и k удовлетворяют неравенству: $1 \leq n \leq k$. Известно, что для любого натурального делителя d числа n число $d^k + k$ является простым. Докажите, что число $n + k$ простое.