

8 класс

1. Одноклассники Артем, Ваня и Олег хотели купить три одинаковых спиннера. Придя в магазин они выяснили, что им не хватает денег: Артему – трети цены спиннера, Ване – четверти, а Олегу – одной пятой. Через месяц все спиннеры в магазине подешевели на 94 грн. Мальчики объединили свои сбережения и купили три спиннера, о которых мечтали, потратив при этом все деньги. Какова была цена одного спиннера до снижения цен? Ответ обоснуйте.

2. Про различные действительные числа x и y известно, что

$$\frac{1}{x^2 + 1} + \frac{1}{y^2 + 1} = \frac{2}{xy + 1}.$$

Какие значения может принимать произведение xy ? Ответ обоснуйте.

3. Про выпуклый четырехугольник $ABCD$ известно, что $\angle A = \angle B = 60^\circ$. Кроме того, $\angle CAB = \angle CBD$. Докажите, что $AC = BD$.

4. Найдите все натуральные числа a и b , удовлетворяющие равенству:

$$\text{НОД}(a, b) + \text{НОК}(a, b) = a + b + 2.$$

5. В секции по футболу занимаются 22 восьмиклассника. На одной из тренировок они провели три матча. В каждом матче восьмиклассники разбивались на две команды по 11 человек. Докажите, что какие-то два восьмиклассника ни разу не были в одной команде.

Каждая задача оценивается в 7 баллов.

На выполнение заданий отводится 3,5 часа.

Пользоваться калькуляторами, мобильными телефонами и другими электронными устройствами запрещается.

Результаты можно узнать по тел. 707-52-70 (начиная с 23 октября).

Апелляция состоится 24 октября с 13³⁰ до 15⁰⁰ в ауд. 6-52.

Условия и решения задач олимпиады можно будет найти в интернете по адресу sites.google.com/site/kharkivolimp/

8 клас

1. Однокласники Артем, Ваня та Олег хотіли купити три однакових спінери. Прийшовши до магазину, вони з'ясували, що їм не вистачає грошей: Артему – третини ціни спінера, Вані – чверті, а Олегу – однієї п'ятої. Через місяць всі спінери в магазині подешевшали на 94 грн. Хлопчики об'єднали свої заощадження й купили три спінери, про які мріяли, витративши при цьому всі гроші. Якою була ціна одного спінера до зниження цін? Відповідь обґрунтуйте.

2. Про різні дійсні числа x та y відомо, що

$$\frac{1}{x^2 + 1} + \frac{1}{y^2 + 1} = \frac{2}{xy + 1}.$$

Які значення може приймати добуток xy ? Відповідь обґрунтуйте.

3. Про опуклий чотирикутник $ABCD$ відомо, що $\angle A = \angle B = 60^\circ$. Крім того, $\angle CAB = \angle CBD$. Доведіть, що $AC = BD$.

4. Знайдіть усі натуральні числа a і b , що задовольняють рівність:

$$\text{НСД}(a, b) + \text{НСК}(a, b) = a + b + 2.$$

5. У секції з футболу займаються 22 восьмикласники. На одному з тренувань вони провели три матчі. У кожному матчі восьмикласники розбивалися на дві команди по 11 чоловік. Доведіть, що якісь двоє восьмикласників жодного разу не були в одній команді.

Кожна задача оцінюється у 7 балів.

На виконання завдань відводиться 3,5 години.

Користуватися калькуляторами, мобільними телефонами та іншими електронними пристроями забороняється.

Результати можна дізнатися за тел. 707-52-70 (починаючи з 23 жовтня).

Апелляція відбудеться 24 жовтня з 13³⁰ до 15⁰⁰ в ауд. 6-52.

Умови та розв'язки задач олімпіади можна буде знайти в інтернеті за адресою sites.google.com/site/kharkivolimp/