

10 класс

1. Числа a , b , c таковы, что выражения

$$\frac{a+b}{c}, \quad \frac{a+c}{b}, \quad \frac{b+c}{a}$$

принимают одно и то же значение. Чему может быть равно это значение? Ответ обоснуйте.

2. Винтик и Шпунтик пошли в магазин за болтиками и гаечками и потратили там поровну денег. Оказалось, что всех гаечек, которые они купили, хватает только на болтики Винтика (зато ровно-ровно). Винтик купил 10 гаечек. Сколько болтиков купил Шпунтик, если известно, что цена болтика равняется цене гаечки? Ответ обоснуйте.

3. На доске написано натуральное число. Каждую минуту Незнайка прибавляет к этому числу удвоенное количество его натуральных делителей (считая единицу и само число) и записывает полученное число на доску вместо исходного. Оказалось, что дважды на доске был записан полный квадрат. Докажите, что Незнайка ошибся во время своих вычислений.

4. Пятиугольник $ABCDE$ вписан в окружность ω . Пусть T – точка пересечения диагоналей BE и AD . Через точку T проведена прямая, параллельная CD , которая пересекает AB и CE в точках X и Y соответственно. Докажите, что описанная окружность треугольника AXY касается ω .

5. Тюбик покрасил каждое целое число в красный или синий цвет. Известно, что в любом наборе из нескольких последовательных целых чисел количества красных и синих чисел отличаются не более, чем на 1000. Докажите, что существуют 2000 последовательных целых чисел, среди которых ровно 1000 красных и 1000 синих.