

## Второй (городской в г. Харькове) этап Всеукраинской олимпиады школьников по математике, 2012

### 8 класс

1. Расставьте скобки в выражении так, чтобы было выполнено равенство

$$1 : 2 + 3 : 4 : 5 = 4.$$

2. Из пункта  $A$  в пункт  $B$ , расположенный ниже по течению реки, отправился катер с собственной скоростью 15 км/ч. Одновременно из пункта  $B$  в пункт  $A$  отправился второй катер с собственной скоростью 20 км/ч. Встретившись, они развернулись и отправились в обратный путь, причем первый катер шел с прежней собственной скоростью, а второй – с выключенным мотором. Оказалось, что они достигли пунктов  $A$  и  $B$  одновременно. Найдите скорость течения.

3. Натуральные числа  $x$  и  $y$  таковы, что числа  $4x + 3y$  и  $3x + 4y$  являются точными квадратами. Докажите, что оба числа  $x$  и  $y$  делятся на 7.

4. В треугольнике  $ABC$  угол  $A$  равен  $120^\circ$ , а угол  $B$  равен  $40^\circ$ . Пусть  $AD$  – биссектриса угла  $A$ , а точка  $E$  на стороне  $AC$  такова, что  $CE = BD$ . Докажите, что  $AD \perp BE$ .

5. Петя выписал на доске сверху вниз некоторую последовательность чисел, каждое из которых не превосходит 10. Вася написал рядом с каждым числом Пети, сколько раз это число встречается в первом столбике. Оказалось, что если прочесть последовательность чисел, выписанных Васей, снизу вверх, то она совпадет с последовательностью Пети, прочитанной сверху вниз. Какую наибольшую длину может иметь Петина последовательность?