

8 класс

1. Принцесса со свитой пошла из дворца к роднику. В какой-то момент ей захотелось пить, и она отправила сразу двух своих фрейлин за водой. Сама же принцесса продолжила путь. Первая фрейлина побежала к роднику, а вторая с той же скоростью – во дворец. Фрейлины вернулись одновременно, когда принцесса прошла ровно три четверти пути от дворца до родника. Во сколько раз фрейлины бегают быстрее, чем ходит принцесса? *Ответ объясните.*
2. Денис выбрал несколько натуральных чисел, среди которых не оказалось равных. Произведение двух самых маленьких из этих чисел равно 16, а произведение двух самых больших равно 225. Чему равна сумма всех выбранных Денисом чисел? *Ответ объясните.*
3. Медиана, проведенная из вершины A остроугольного треугольника ABC , пересекает высоту, опущенную на сторону AC , в точке P и образует с ней угол 45° . Докажите, что $BP = AC$.
4. В одной из аудиторий сидит 20 участников олимпиады. Известно, что среди любых десяти из них есть три одноклассника. Верно ли, что в аудитории обязательно есть 5 человек из одного класса?
5. Найдите такие простые числа p , q , r и натуральное число k , что выполнено равенство

$$p^2 + q^2 + 16r^2 = 9k^2 + 1.$$