

Отбор на Всеукраинскую олимпиаду по математике. 2017 год. 8 класс. 2 тур

1. Решите систему уравнений:
$$\begin{cases} a^3 - b = 6, \\ b^3 - c = 6, \\ c^3 - a = 6. \end{cases}$$

2. На доске $n \times n$ отмечены центры всех единичных клеток. Соня наугад красит некоторые m из этих центров в красный цвет. При каком наименьшем m наверняка найдутся четыре красных центра, образующие параллелограмм?

3. В треугольнике ABC проведены прямые l_b и l_c , содержащие биссектрисы углов ABC и ACB соответственно. На прямой l_b выбрана точка E , а на прямой l_c – точка D , так, что $AD \parallel BE$ и $AE \parallel CD$. Прямые BD и CE пересекаются в точке F . Точка I – центр вписанной окружности треугольника ABC . Оказалось, что точки A, F, I лежат на одной прямой. Докажите, что $AB = AC$.

4. На доске написаны 10 чисел. Женя заметил, что для любых трех чисел на доске, их сумма делится на два числа из этой тройки. Докажите, что на доске есть по крайней мере семь одинаковых чисел.