

Отбор на Всеукраинскую олимпиаду по математике. 2016 год. 8 класс. 2 тур

1. Найдите все такие числа n , что среди натуральных чисел первой тысячи имеется ровно 10 чисел, у каждого из которых сумма цифр равна n .
2. На выставке представлено 100 картин, причем каждая из них нарисована красками ровно k различных цветов (наборы цветов могут отличаться у разных картин). Найдите наименьшее возможное значение k , если известно, что любые 20 картин на выставке имеют общий цвет, а все картины общего цвета не имеют.

3. Найдите все тройки чисел (x, y, z) , удовлетворяющие системе

$$\begin{cases} x(y^2 + z) = z(z + xy), \\ y(z^2 + x) = x(x + yz), \\ z(x^2 + y) = y(y + zx). \end{cases}$$

4. В треугольнике ABC выполнено равенство $AC = 2AB$, а AD – его биссектриса. Пусть F – точка пересечения прямой, проходящей через C параллельно AB , и перпендикуляра к прямой AD , восстановленного в точке A . Докажите, что прямая FD пересекает отрезок AC в его середине.