

10 класс

1. У Ростика есть ровно столько денег, сколько нужно на покупку тонны кубиков и тонны квадриков. Если он купит на 10% кубиков больше, то ему сделают 30-процентную скидку на квадрики, и оставшихся денег ему хватит на покупку по крайней мере тонны квадриков. А если он купит на 30% квадриков больше, то ему сделают 10-процентную скидку на кубики, и оставшихся денег ему хватит на покупку по крайней мере тонны кубиков. Что дороже и во сколько раз: тонна кубиков или тонна квадриков? Ответ обоснуйте.

2. Произведение трёх целых чисел в 6 раз больше их суммы, а одно из чисел равно сумме двух других. Найдите все такие тройки чисел.

3. Каждая клетка доски $n \times n$ ($n \geq 5$) покрашена в синий или жёлтый цвет. Никакие три подряд идущие клетки, расположенные в одной горизонтали, одной вертикали или одной диагонали, не покрашены в один и тот же цвет. Докажите, что в любом квадрате 3×3 среди угловых клеток ровно две синих и ровно две жёлтых.

4. Дан квадрат $ABCD$. Точки N и P выбраны на сторонах AB и AD соответственно так, что $NP = NC$. Точка Q на отрезке AN такова, что $\angle QPN = \angle NCB$. Докажите, что $\angle BCQ = \frac{1}{2}\angle AQP$.

5. Найдите все натуральные числа n , для которых число $(8n)! - 4n + 1$ является точным квадратом.

Каждая задача оценивается в 7 баллов.

На выполнение заданий отводится 3,5 часа.

Пользоваться калькуляторами, мобильными телефонами и другими электронными устройствами запрещается.

Результаты можно узнать по тел. 707-52-70 (начиная со 2 декабря).

Апелляция состоится 3 декабря с 15⁰⁰ до 17⁰⁰ в ауд. 6-52.

Условия и решения задач олимпиады можно будет найти в интернете по адресу sites.google.com/site/kharkivolimp/

10 клас

1. У Ростика є рівно стільки грошей, скільки потрібно на купівлю тонни кубиків і тонни квадратиків. Якщо він купить на 10% кубиків більше, то йому зроблять 30-відсоткову знижку на квадрики, і грошей, що залишаться, йому вистачить на купівлю щонайменше тонни квадратиків. А якщо він купить на 30% квадратиків більше, то йому зроблять 10-відсоткову знижку на кубики, і грошей, що залишаться, йому вистачить на купівлю щонайменше тонни кубиків. Що дорожче й у скільки разів: тонна кубиків чи тонна квадратиків? Відповідь обґрунтуйте.

2. Добуток трьох цілих чисел у 6 разів більший за їх суму, а одне з цих чисел дорівнює сумі двох інших. Знайдіть усі такі трійки чисел.

3. Кожна клітинка дошки $n \times n$ ($n \geq 5$) пофарбована в синій або жовтий колір. Жодні три клітинки, що розташовані поспіль в одній горизонталі, одній вертикалі або одній діагоналі, не пофарбовані в один й той самий колір. Доведіть, що в будь-якому квадраті 3×3 серед кутових клітинок рівно дві сині та рівно дві жовті.

4. Дано квадрат $ABCD$. Точки N та P обрано на сторонах AB і AD відповідно таким чином, що $NP = NC$. Точка Q на відрізку AN є такою, що $\angle QPN = \angle NCB$. Доведіть, що $\angle BCQ = \frac{1}{2}\angle AQP$.

5. Знайдіть усі натуральні числа n , для яких число $(8n)! - 4n + 1$ є точним квадратом.

Кожна задача оцінюється у 7 балів.

На виконання завдань відводиться 3,5 години.

Користуватися калькуляторами, мобільними телефонами та іншими електронними пристроями забороняється.

Результати можна дізнатися за тел. 707-52-70 (починаючи з 2 грудня).

Апелляція відбудеться 3 грудня з 15⁰⁰ до 17⁰⁰ в ауд. 6-52.

Умови та розв'язки задач олімпіади можна буде знайти в інтернеті за адресою sites.google.com/site/kharkivolimp/