

## Олимпиада по математике ХФМЛ №27, 2015 г., 8 класс

1. Известно, что  $x + y - xy = 2$ . Сократите дробь  $\frac{x^2 + xy + y^2}{4 + 3xy + x^2y^2}$ .
2. Из города в одном направлении выехало три автомобиля: второй – через 10 минут после первого, третий – через 20 минут после второго. Через 30 минут после своего выезда третий автомобиль догнал второй, а еще через 10 минут – первый. Через сколько минут после своего выезда из города второй автомобиль догнал первый?
3. В равнобедренном прямоугольном треугольнике  $ABC$  с прямым углом  $C$  серединный перпендикуляр к биссектрисе  $BK$  пересекает катет  $BC$  в точке  $D$ . Докажите, что  $BD = AK$ .
4. Среди  $n$  рыцарей каждые двое – либо друзья, либо враги. У каждого из рыцарей ровно три врага, причем враги его друзей являются его врагами. При каких  $n$  такое возможно?
5. На доске выписано в ряд несколько натуральных чисел. Оказалось, что каждая из десяти цифр использовалась ровно один раз. Известно, что каждое число, начиная со второго, равно сумме цифр предыдущего, а последнее число является однозначным. Найдите его.