

Олимпиада по математике ХФМЛ №27, 2015 г., 7 класс

1. Леша бежит в два раза быстрее, чем Илья, а Илья – в два раза быстрее, чем Юра. Однажды, ребята одновременно стартовали из одной точки кольцевой дорожки, причем Леша побежал в одну сторону, а Илья и Юра – в другую. Сначала Леша встретил Илью, а через 20 метров – Юру. Чему равна длина беговой дорожки?

2. Лене и Игорю задали домой вычислить сумму двух дробей $\frac{a}{b}$ и $\frac{c}{d}$. Лена выполнила задание без ошибок, а Игорь все перепутал и сложил дроби $\frac{b}{a}$ и $\frac{d}{c}$. При этом оказалось, что Игорь получил тот же ответ, что и Лена. Докажите, что Игорь ошибся, если известно, что числа a, b, c, d – положительные, а среди дробей $\frac{a}{b}, \frac{c}{d}, \frac{b}{a}$ и $\frac{d}{c}$ нет одинаковых.

3. Можно ли число 201520152015 представить в виде суммы 27 натуральных чисел с одинаковыми суммами цифр?

4. Ваня хочет записать по кругу 2015 натуральных чисел так, чтобы для любых двух соседних чисел частное от деления большего на меньшее было простым числом. Удастся ли ему это сделать?

5. На плоскости отмечены 74 точки. Если отбросить любую точку, то остальные можно зачеркнуть восемью прямыми. Докажите, что все точки можно зачеркнуть восемью прямыми.