

Олимпиада ХФМЛ №27 по математике, 09.12.2015, 5 класс

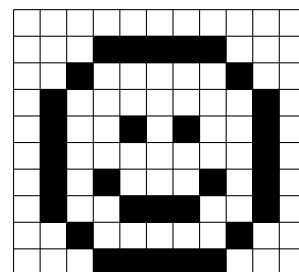
Довывод

1. Даны пять чисел, сумма любых трех из которых четна. Докажите, что все числа четны.
2. В понедельник на уроке физкультуры Тимур сделал некоторое количество приседаний, после чего решил, что каждый следующий день он будет делать на одно приседание больше, чем в предыдущий. К всеобщему удивлению, он сдержал слово и сделал за неделю 161 приседание. Сколько приседаний Тимур сделал в первый день?
3. Сергей Александрович попросил пятиклассников придумать два трехзначных числа, которые записываются шестью различными цифрами и в сумме дают 1000. На следующий день Максим похвастался, что смог придумать такие числа. Анастасия Валерьевна увидела, что каждое из найденных Максимом чисел делится на 5, и поставила ему единицу. Объясните, почему.
4. Как вырезать из прямоугольника размером 4×6 квадратик так, чтобы у фигуры, оставшейся после удаления этого квадратика, площадь была равна 20, а длина границы – 24?
5. У Сони, Даши и Юли есть одинаковое количество заколочек двух цветов: желтых и синих. Желтых заколочек у Сони на две меньше, чем у Даши, а синих заколочек у Даши на три меньше, чем у Юли. У кого больше синих заколочек и на сколько: у Сони или у Юли?
6. Можно ли расставить в клетках квадрата 4×4 натуральные числа от 1 до 16 так, чтобы сумма чисел в любых двух соседних по стороне клетках была меньше 19?

Вывод

7. На острове живут рыцари, которые всегда говорят правду, и лжецы, которые всегда врут. Три брата-островитянина (старший, средний и младший) получили в наследство кота, осла и мельницу. После этого каждый из братьев сделал два заявления: “Тот, кто получил мельницу, старше меня”, “Тот, кто получил кота, младше меня”. Сколько среди братьев лжецов?

8. Тюбик покрасил некоторые клетки доски 10×11 в черный цвет, а остальные клетки оставил белыми (см. рисунок). Незнайка может выбрать две соседние по стороне клетки и поменять их цвета на противоположные. Сможет ли он, действуя таким образом, перекрасить всю доску в черный цвет?



9. По кругу расставили восемь чисел. Затем между каждыми соседними числами записали их сумму, а старые числа стерли. Могло ли оказаться так, что теперь по часовой стрелке записаны числа 101, 102, 103, 104, 105, 106, 107, 108?

Супервывод

10. Каждый из 10 джентльменов послал открытки пятерым другим джентльменам. Докажите, что какие-то двое послали открытки друг другу.
11. Можно ли натуральные числа от 1 до 20 разбить на десять пар так, чтобы разность чисел в первой паре была равна 1, во второй паре – 2, ..., в десятой паре – 10?
12. В клетчатом квадрате 9×9 закрашено 19 клеток. Докажите, что либо найдутся две закрашенные клетки, имеющие общую сторону, либо найдется незакрашенная клетка, к сторонам которой примыкает не менее двух закрашенных.